

## ZUR REGULARISIERUNG DES EINZENTRUMPROBLEMS

Von

I. IZSÁK

Unter den verschiedenen Methoden, die zur Integration des Einzentrumproblems (Zweikörperproblem der Himmelsmechanik) verwendet worden sind, verdient die Methode von *K. Bohlin* [1] besonderes Interesse (s. noch *A. Wintner* [2], S. 193—194), in der als unabhängige Veränderliche die exzentrische Anomalie benutzt wird, während die rechtwinkligen Koordinaten durch parabolische ersetzt sind. Mit Hilfe dieser beiden Transformationen reduzieren sich die Bewegungsgleichungen auf die Differentialgleichungen eines harmonischen Oszillators, die im Gegensatz zu den ursprünglichen Gleichungen bei  $r = 0$  keine Singularität enthalten. Als das Wesentliche der Bohlin'schen Methode kann daher die explizite Regularisierung des Einzentrumproblems betrachtet werden.

Allgemein verbreitet ist die Anschauung, daß bei Ausführung einer solchen Regularisierung die Transformation der unabhängigen Veränderlichen die Hauptrolle spielt, während die Transformation der Koordinaten mehr aus formalen Gründen notwendig ist. In der Regularisierung der Zweierstöße des räumlichen Dreikörperproblems von *T. Levi-Civita* wird z. B. eine berühmte kanonische Transformation u. a. zwecks der Erhaltung der kanonischen Gestalt der Bewegungsgleichungen verwendet.

Es dürfte daher von Interesse sein, daß die Regularisierung des Einzentrumproblems mit Hilfe des Laplace'schen Integrals auch ohne Heranziehung einer Koordinatentransformation durchgeführt werden kann. Nebenbei lassen dann die gleich für die räumliche Bewegung aufgestellten Differentialgleichungen an Einfachheit nichts zu wünschen übrig. In der Bohlin'schen Methode ist es sowieso nicht ganz klar, was die parabolischen Koordinaten mit dem Einzentrumproblem zu tun haben.

Wir fassen die Bewegungsgleichungen des Einzentrumproblems in der üblichen vektoriellen Gestalt

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \quad (1)$$

zusammen. Das Energieintegral und das Integral des Moments der Bewegungsgröße (Flächensatz) lauten

$$\frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}^2 - \frac{\mu}{r} = h \quad \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{c}.$$

Wir benötigen aber in erster Reihe das Laplace'sche Integral

$$\left( \dot{\mathbf{r}}^2 - \frac{\mu}{r} \right) \mathbf{r} - (\mathbf{r} \dot{\mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{d}, \quad (2)$$

das auch in der Form

$$\left(\frac{\mu}{r} + 2h\right) \mathbf{r} - (\mathbf{r} \dot{\mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{d}, \quad (2a)$$

oder als

$$(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{c}) - \frac{\mu}{r} \mathbf{r} = \mathbf{d} \quad (2b)$$

geschrieben werden kann. Die oben angeführten Integrale hängen durch die Relationen  $\mathbf{c} \mathbf{d} = 0$  und  $\mathbf{d}^2 = 2hc^2 + \mu^2$  miteinander zusammen (*F. Tisserand* [3], S. 95—97, wo  $\mathbf{d}$  mit umgekehrtem Vorzeichen definiert ist). Man sieht leicht ein, daß die mit den Koeffizienten von (2) gebildeten Gleichungen  $\mathbf{r} \dot{\mathbf{r}} = 0$ ,  $\dot{\mathbf{r}}^2 - \frac{\mu}{r} = 0$  ein invariantes System der Bewegungsgleichungen

(1) bilden, im Sinne der analytischen Dynamik. Sie charakterisieren offenbar die möglichen Kreisbewegungen. Für  $c = 0$  ist die Bewegung bekanntlich geradlinig und führt zu einer reellen Singularität bei  $\mathbf{r} = \mathbf{o}$ . Ist  $c \neq 0$ , so verläuft die Bewegung in der auf den Vektor  $\mathbf{c}$  senkrechten Ebene, und die Bahnkurve ist vermöge

$$\mathbf{c}^2 = (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) \mathbf{c} = (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{c}) \mathbf{r} = \mu r + d\mathbf{r}$$

ein Kegelschnitt mit der Exzentrizität  $d/\mu$ , dessen Perihelrichtung mit der Richtung des Vektors  $\mathbf{d}$  übereinstimmt.

Zur Behandlung des zeitlichen Ablaufs der Bewegung führen wir nun eine neue unabhängige Veränderliche ein mittels der Definition

$$\frac{dt}{du} = r.$$

Man weiß, daß die so definierte Veränderliche  $u$  zu der exzentrischen Anomalie proportional ist. Bezeichnen wir die Differentiation nach  $u$  mit  $'$ , so wird

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{r} \mathbf{r}' \quad \text{und} \quad \ddot{\mathbf{r}} = \frac{1}{r^2} \left( \mathbf{r}'' - \frac{\mathbf{r} \mathbf{r}'}{r^2} \right).$$

Die Bewegungsgleichungen (1) sind daher (falls  $r \neq 0$ ) mit

$$\mathbf{r}'' - \frac{\mathbf{r} \mathbf{r}'}{r^2} \mathbf{r} = \frac{\mu}{r} \mathbf{r}$$

äquivalent. Da aber nach (2a)

$$-\frac{\mu}{r} \mathbf{r} + \frac{\mathbf{r} \mathbf{r}'}{r^2} \mathbf{r}' = 2h \mathbf{r} - \mathbf{d}$$

gilt, erhalten wir die Differentialgleichungen des Einzentrumproblems bei beliebigem, jedoch festgehaltenem  $h$  und  $\mathbf{d}$  in der Gestalt

$$\mathbf{r}'' = 2h \mathbf{r} - \mathbf{d}. \quad (3)$$

Der Kürze halber beschränken wir uns auf den elliptischen Fall, es soll daher  $h < 0$  und  $0 < e < 1$  sein. Um die Lösung in der üblichen vektoriellen Gestalt zu gewinnen, führe man die Konstante  $a = -\mu/2h$  (große Halbachse), die unabhängige Veränderliche  $E = \sqrt{-2h} u = \sqrt{\mu/a} u$  (exzentrische Anomalie), weiterhin den Einheitsvektor  $\mathbf{j}$  in der Richtung von  $\mathbf{d}$  und den Einheitsvektor  $\mathbf{k}$  in der Richtung von  $\mathbf{c} \times \mathbf{d}$  ein. Es wird dann  $\mathbf{d} = \mu \mathbf{e}_j$  und die Bewegungsgleichungen (3) lauten

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dE^2} + \mathbf{r} = -ae \mathbf{j}.$$

Bei der Integration dieser Differentialgleichungen beachten wir, daß die Bewegung in der auf den Vektor  $\mathbf{c}$  senkrechten Ebene verläuft. Ferner können wir als Anfangsbedingung voraussetzen, daß der Planet bei  $E = 0$  sich im Perihel befindet; seine Geschwindigkeit steht dann senkrecht auf den Radiusvektor. Aus diesen Bedingungen folgt

$$\mathbf{r} = a (\cos E - e) \mathbf{j} + a \sqrt{1 - e^2} \sin E \mathbf{k}.$$

Für den Radiusvektor erhält man den bekannten Ausdruck

$$r = a (1 - e \cos E),$$

und aus

$$\frac{dt}{dE} = \sqrt{\frac{a}{\mu}} r = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} (1 - e \cos E)$$

folgt durch Integration die Kepler'sche Gleichung

$$nt = E - e \sin E$$

mit der mittleren Bewegung

$$n = \sqrt{\mu/a^3}.$$

Ist aber  $\mathbf{c} = 0$ , so fällt der Vektor  $\mathbf{k}$  weg; sonst bleiben die Formeln auch für  $h < 0$ ,  $e < 1$  gültig.

Budapest, Februar 1956.

#### Literatur

- [1] *K. Bohlin*: Note sur le problème des deux corps et sur une intégration nouvelle dans le problème des trois corps. Bulletin Astronomique, XXVIII. 113–119.
- [2] *A. Wintner*: The Analytical Foundations of Celestial Mechanics.
- [3] *F. Tisserand*: Traité de Mécanique céleste, t. I.

# ÜBER DIE SEKUNDÄREN PERIODEN VON Y LEONIS MINORIS

Von  
JULIA BALÁZS

Es gibt eine Anzahl von RR Lyrae-Sternen mit Perioden zwischen  $0^d,47$  und  $0^d,57$ , in deren Lichtwechsel sich mehrere Blažko-Effekte zeigen. *Walraven* bemerkte zuerst für RR Lyrae auf Grund photoelektrischer Beobachtungen, daß die Amplitude der 41tägigen sekundären Schwankungen sich mit einer Periode von  $122^d$  ändert [1]. Aus Budapester photographischen Beobachtungen wurde für RW Cancri neben einer sekundären Periode von  $29^d,6$  noch eine andere von  $91^d,4$  gefunden [2]. *Guman* hat ähnliche Resultate bei der Bearbeitung der Aufnahmen von RZ Lyrae erzielt [3]. Endlich hat *Muller* zwei sekundäre Perioden für XZ Cygni gefunden [4]. Merkwürdigerweise stehen die Perioden der beiden Blažko-Effekte bei allen diesen Sternen nahe in demselben Verhältnis 1 : 3 zueinander.

Ich möchte hier kurz darauf hinweisen, daß aus den Beobachtungen von *Martynov* [5] auch für Y Leonis Minoris ähnliche Resultate zu erzielen sind. Nach *Martynov* zeigt die maximale Helligkeit des Hauptlichtwechsels ( $P_0 = 0^d,522$ ) sehr starke Änderungen mit einer Periode von  $P_1 = 33^d,4$ , während die Zeitpunkte der Maxima nicht den bei dem gewöhnlichen Blažko-Effekt üblichen Oszillationen unterliegen.

Ich habe nun in Tab. 1. aus *Martynov's* Beobachtungen nicht nur die Zeitpunkte und Helligkeiten der Maxima zusammengestellt, sondern auch die Zeitpunkte  $t^{12,5}$  angegeben, zu denen der Veränderliche bei steigender Helligkeit die Größe 12,5 passierte. Diese Zeitangaben erweisen sich wesentlich genauer als die  $t^{\max}$ . Berechnet man nach Formel

$$R = J \cdot D \cdot 2428636,348 + 0^d,5244564 \cdot E$$

die Werte  $(t^{12,5} - R)$  (vierte Spalte in Tab. 1.) und trägt man diese und die  $m^{\max}$  gegen  $E$  auf (Abb. 1 und 2) so sieht man, dass nicht nur die  $m^{\max}$ , sondern auch die  $(t^{12,5} - R)$  mit der Periode von  $33^d,4$  stark oszillieren. Man sieht aber noch mehr: die verschiedenen Zyklen der 33tägigen Periode sind nicht einander gleich, sondern ändern sich, wie die eingezeichneten Enveloppen zeigen, mit einer längeren Periode  $P_2$ . Diese Erscheinung tritt ebenso klar im Verlauf der  $(t^{12,5} - R)$ -Werte, wie im Verlauf der  $m^{\max}$ -Werte zutage.

Die überaus kleine Amplitude der Oszillation der maximalen Helligkeit zwischen den Epochen  $E = -80$  und  $E = +38$  ist nach *Martynov* subjektiven Fehlerquellen zuzuschreiben. Übrigens beträgt die doppelte Amplitude der 33tägigen Ungleichheit von  $m^{\max}$  im Mittel  $0^m,77$ , diejenige von  $(t^{12,5} - R)$  ungefähr  $0^d,020$ . Die entsprechenden Daten für die Periode  $P_2$  sind  $0^m,25$  und  $0^d,016$ .

Tab. 1.

$t^{\max}$ J. D.	$B - R$	$t^{12,5}$	$t^{12,5} - R$	$m^{\max}$	$E$
242 5223,425 :	+ ,068	,387 :	+ ,030 :	11,85 :	-6317
5326, —	—	,499	+ ,005	—	6311
7477,257	— ,042	—	—	12,09	2210
7898,364	— ,047	,333	— ,105	11,51	1407
7900,458	— ,078	,418	— ,118	11,69	1403
7901,500 ::	— ,085 ::	,468	— ,117	11,50 :	1401
8273,425	,000	,357 ::	— ,067 ::	11,97	692
8282,337	— ,003	,290	— ,050	12,15	675
8553,490 :	+ ,006 :	,454	— ,030	11,69 :	158
8594,390	— ,002	,347	— ,045	11,53	80
8606,443	— ,011	,420	— ,034	11,60	57
8623,245	+ ,008	,205	— ,032	11,48	25
8628,474	— ,007	,433	— ,048	11,55 :	15
8634,252	+ ,002	—	—	11,68	4
8635,295	— ,004	,257	— ,042	11,64	2
8636,349	+ ,001	,311	— ,037	11,67	0
8637,399	+ ,002	,360	— ,037	11,68	+ 2
8647,354	— ,008	—	—	11,63 :	21
8656,287	+ ,010	,262 ::	— ,015 ::	11,58 :	38
8933,208	+ ,018	,164	— ,026	11,60	566
8979,348	+ ,005	,317	— ,023	12,12	654
8992,450	— ,004	,425	— ,029	11,62	679
9010,304	+ ,019	,273	— ,012	12,34	713
9011,330 :	— ,004 :	,322 :	— ,012 :	12,40 :	715
9012,390	+ ,007	,369	— ,014	12,33	717
9022,336	— ,012	,318	— ,030	12,31	736
9287,214	+ ,016	,183	— ,015	12,02	1241
9288,255	+ ,008	,236	— ,011	11,78	1243
9321,284	— ,004	,250	— ,038	11,93	1306
9323,385	— ,001	,345	— ,041	11,73	1310
9332,298	— ,004	,275	— ,027	11,57	1327
9342,262	— ,004	,239	— ,027	12,20	1346
9346,463	+ ,001	,445	— ,017	12,32	1354
9367,444	+ ,004	,426	— ,014	11,91	1394
9377,410	+ ,005	,397	— ,008	12,43	1413

Die Phasenbeziehung zwischen der Oszillation der  $m^{\max}$ - und  $(t^{12,5} - R)$ -Werte ist für beide Perioden dieselbe. Das Maximum von  $m^{\max}$  fällt nahe mit dem Minimum von  $(t^{12,5} - R)$  zusammen. Genau dieselbe Phasenbeziehung wurde früher für RW Cancri gefunden (loc. cit. Abb. 5—7).

Der Zahlenwert von  $P_2$  läßt sich für Y Leonis Minoris nur ziemlich ungenau bestimmen. Wie besonders aus Abb. 2 zu ersehen ist, beträgt  $P_2$  auch hier ungefähr das dreifache von  $P_1$ . Da die Enveloppen für  $(t^{12,5} - R)$  nach Abb. 1 (links) und Abb. 2 zu den Epochen  $E = -40$  und  $E = +1320$  das Minimum passieren, muss  $1360 \times P_0$  ein Mehrfaches von  $P_2$  sein. Mit  $P_2 = 170 \times P_0$  erhält man eine leidliche Übereinstimmung auch mit Abb. 1 rechts. Danach ist

$$P_2 = 2,67 \times P_1 = 89,2$$

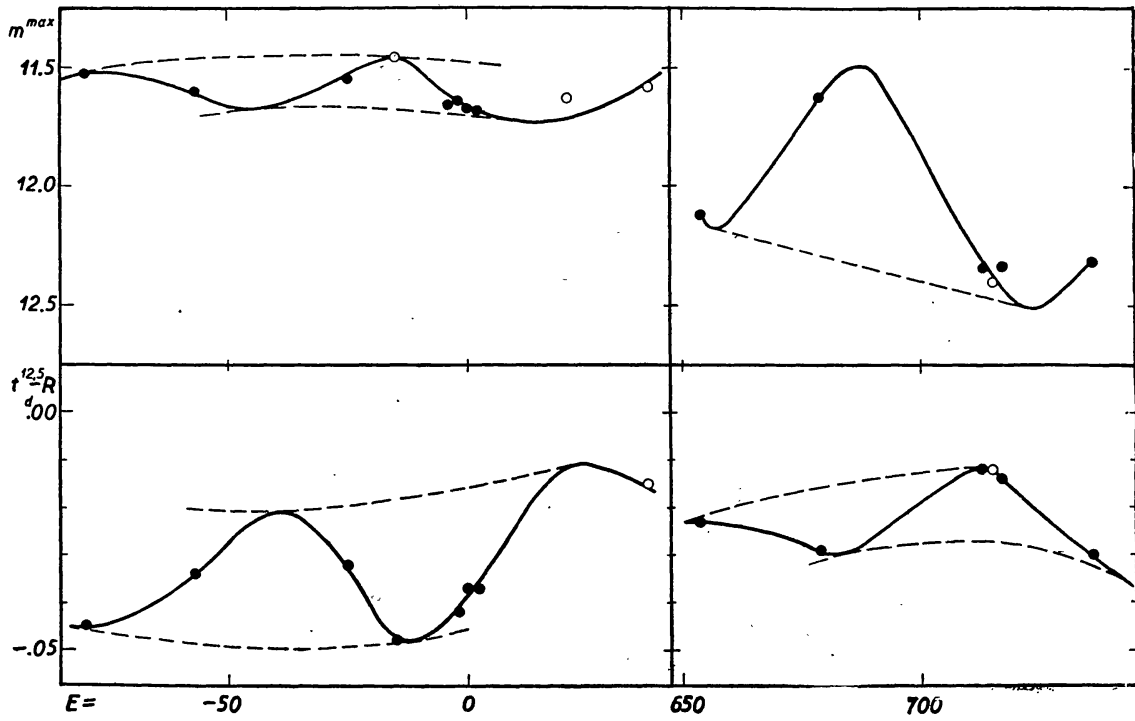


Abb. 1. Oben: Oszillation der maximalen Helligkeit. Unten: Oszillation des Zeitpunktes, zu dem Y Leonis Minoris bei steigender Helligkeit die Größe 12,5 erreicht, gegenüber den Elementen  $R = J. D. 2428636,348 + 0,5244564 \cdot E$

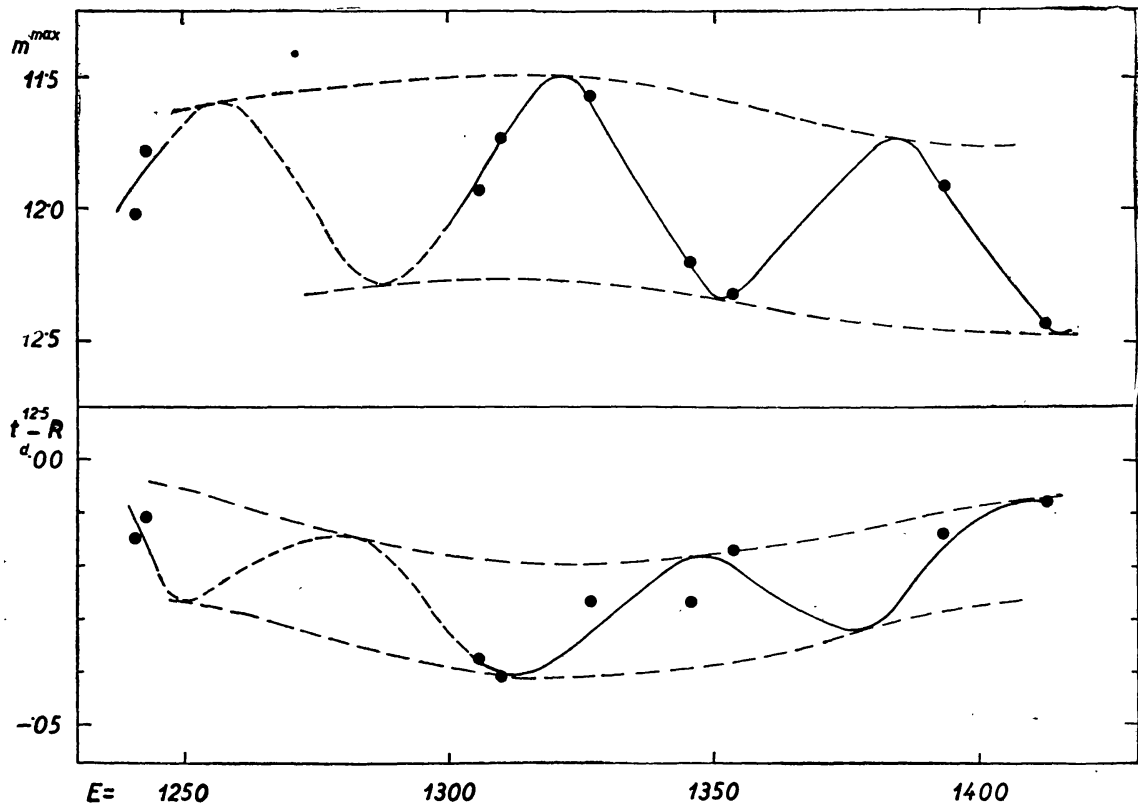


Abb. 2. Fortsetzung zur Abb. 1

Von einer rechnerischen Darstellung der Beobachtungen mit den beiden Perioden  $P_1$  und  $P_2$  sehe ich vorläufig ab, bis ein ausreichendes photographisches oder photoelektrisches Material vom Stern nicht vorliegt. Bis jetzt konnte ich nur wenige Maxima photographisch beobachten. Diese Beobachtungen bestätigen die starke Veränderlichkeit der maximalen Helligkeit, liefern aber keine neuen Daten für die Perioden  $P_1$  und  $P_2$ . Dagegen lassen sie gemeinsam mit den von *Parenago* [6], *Blažko* [7] und *Martynov* beobachteten Maxima eine starke Veränderlichkeit der Hauptperiode erkennen. Augenscheinlich ist auf eine sekuläre Zunahme von  $P_0$  noch eine periodische Ungleichheit superponiert. Die Periode dieser Änderung von  $P_0$  beträgt ungefähr das 5400fache der Hauptperiode, d. h. 7,7 Jahre. Jedoch sind zur Sicherung dieser Resultate weitere Beobachtungen nötig.

Budapest-Szabadsághegy, 2. November 1955.

Literatur: [1] BAN XI. 17.; [2] Budapest Mitt. 23.; [3] unveröffentlichte Beobachtungen; [4] BAN XII. 11.; [5] Engelhardt Obs. Bull. 18.; [6] ПЗ 4. 152; [7] AN 229. 177.

## BEOBACHTUNGEN VON AI UND BE ANDROMEDAE

Von  
I. GUMAN

Nachfolgend sind die Ergebnisse der Beobachtungen von zwei Sternen mitgeteilt, die sich in der Nähe von AC Andromedae befinden und auf den von diesem Stern aufgenommenen Platten geschätzt werden konnten.

*AI Andromedae*. Über diesen Stern habe ich bereits früher berichtet,<sup>1</sup> so daß ich jetzt als Fortsetzung die seit 1951 erhaltenen Ergebnisse mitteile. Seit 1952 wurden die Aufnahmen statt auf den früher benutzten Kodak 40 Platten, auf Guilleminot Superfulgur Platten gemacht. Da die Superfulgur Platten etwas empfindlicher sind als Kodak 40, konnte ich auf diesen auch schwächere Sterne schätzen. Es wurden dieselben Vergleichsterne benutzt, wie in der vorigen Arbeit, ergänzt mit dem in *Tschernowa's*<sup>2</sup> Zusammenstellung als *d* bezeichneten, für dessen Helligkeit ich aus meinen früheren Polübertragungen den Wert 13,<sup>m</sup>1 abgeleitet habe.

Tabelle I. Beobachtungen von AI Andromedae

J. D.	$m_{ph}$	$n$	J. D.	$m_{ph}$	$n$
2434192—282	[13,1	35	2434652	11,90	2
2434284	13,20	6	2434654	11,90	2
2434295	12,30	1	2434656	12,00	2
2434304	11,90	5	2434661	12,05	2
2434305	11,80	3	2434662	12,05	3
2434600—602	[13,00	8	2434664	12,00	2
2434620	12,95	2	2434920	13,00	1
2434622	12,90	2	2434924	13,10 :	1
2434624	12,65	3	2434987	11,50	1
2434629	12,40	4	2434989	11,55	3
2434630	12,35	2	2434990	11,70	2
2434649	11,90	2	2435009	[12,00	1

Die Resultate sind in Tabelle I zusammengestellt, wo  $n$  die Anzahl der durchmusterten Platten bedeutet. Wie ersichtlich, enthalten meine neueren Beobachtungen zwei durchbeobachtete Maxima und einen aufsteigenden Ast der Lichtkurve.

Die in meiner früheren Arbeit mitgeteilten Maxima, ergänzt mit den neuen Beobachtungen, sind in Tabelle II zusammengestellt.

<sup>1</sup> Budapest Mitt. No 31. 1952.

<sup>2</sup> ИЭ. 8. 21. 1951.



Tabelle II. Die Maxima von AI Andromedae

Max. J. D.	<i>E</i>	<i>B — R</i>	Quelle
2416388	—38	(+122)	Cat. ph.
2416715	—37	(+120)	<i>Tschernova</i>
2424475 :	—13	+1 :	<i>Ross</i>
2427436	—4	+7	<i>Brun</i>
2427754	—3	—3	»
2428087	—2	+2	<i>Beljawsky, Brun</i>
2428410	—1	—4	<i>Tschernova</i>
2428735	0	—7	»
2429390 :	2	—9 :	»
2431703	9	+6	<i>Guman</i>
2433982 :	16	—13 :	»
2434320 :	17	—3 :	»
2434650	18	—1	»
2434985	19	+5	»

Die alte Formel gibt für die neuen Maxima zu grosse (*B — R*)-Werte, so dass es sich notwendig erwies, neue Elemente abzuleiten. Es zeigte sich, dass die ziemlich grossen Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung weder durch ein parabolisches, noch durch ein Sinusglied befriedigend dargestellt werden können. Dagegen kommt man mit der Annahme, daß zwischen den Epochenzahlen —37 und —13 eine Periodenänderung stattgefunden sei, zu zwei Systemen von instantanen Elementen, welche die Beobachtungen viel besser darstellen. Für das erste System der instantanen Elemente läßt sich keine Formel ableiten, da es nur zwei benachbarte Maxima enthält. Die übrigen 12 Maxima sind dagegen mit den Elementen :

$$\text{Max.} = \text{J. D. } 2428742 + 328,^d 3 \cdot E$$

gut darstellbar. In Tabelle II sind die nach dieser Formel gerechneten (*B — R*)-Werte angeführt. Während der Mittelwert von (*B — R*) nach der älteren Formel gerechnet (die unsicheren, mit einem : bezeichneten Werte nicht mitgezählt) 20,<sup>d</sup>8 beträgt, vermindert sich derselbe mit der neuen Formel gerechnet (die unsicheren und die zwei ersten Maxima nicht mitgezählt) auf 4,<sup>d</sup>4.

*BE Andromedae*. Die Veränderlichkeit dieses Sternes (BD +47° 4115 = HD 219961, Sp = M6) wurde im Jahre 1943 von *C. Hoffmeister*<sup>3</sup> erkannt und der Lichtwechsel mit der Bemerkung »langsam veränderlich« bezeichnet. *J. J. Efremov* glaubt aus 11 Maxima, die er aus 450 Platten aus den Jahren 1899—1908 und 1935—1942 ableiten konnte, auf einen halbregelmäßigen Lichtwechsel schliessen zu dürfen. Er leitete für die Zeitpunkte der Maxima folgende Formel ab :

$$\text{Max.} = \text{J. D. } 2428776 + 137,4 \cdot E$$

<sup>3</sup> AN. 274, 36, 1943.

<sup>4</sup> ПЭ. 6, 91, 1947. In dieser Arbeit ist auch eine Umgebungskarte zu finden.

welche die 11 Maxima mit einem mittleren ( $B - R$ )-Wert von  $11^d4$  darstellen.

Die in Tabelle III mitgeteilten Beobachtungen erhielt ich auf Grund von Schätzungen auf 310 Platten aus der Zeit 1935—1955. Als Vergleichsterne

Tabelle III. Die Beobachtungen

J. D.	$m_{ph}$	$n$	J. D.	$m_{ph}$	$n$
242...			243...		
8009	11,20	1	3183	10,60	1
8047	11,00	3	3184	10,80	3
8048	11,00	3	3189	11,05	4
8053	11,30	2	3201	11,20	2
8790	11,10	1	3211	11,25	3
			3213	11,30	2
243...			3248	11,25	2
0258	10,40	3	3452	10,40	2
0259	10,40	6	3482	10,80	1
0260	10,45	4	3484	11,10	3
0261	10,50	4	3485	11,10	3
0262	10,40	4	3504	11,40	1
0266	10,45	3	3505	11,50	3
0267	10,40	2	3506	11,35	2
0285	10,50	1	3507	11,40	3
0289	10,50 :	1	3510	11,40	1
1684	11,30 :	1	3511	11,50	2
1695	10,90	2	3514	11,65	2
1703	10,70	2	3516	11,45	2
1704	10,50	2	3536	11,50	4
1707	10,70	2	3537	11,40	4
2053	10,20	1	3538	11,40	3
2092	10,70	1	3545	11,20	1
2094	10,75	2	3562	11,10	1
2095	10,80	1	3563	11,10	5
2097	11,00	1	3564	11,05	4
2469	11,20	1	3566	11,00	3
2473	11,20	1	3567	10,95	4
2474	11,10	2	3568	11,00	5
2479	10,95	2	3569	11,00	4
2482	10,95	2	3583	10,90	2
2761	11,40	1	3613	10,80	1
2764	11,60	1	3826	11,10 :	1
2772	11,35	1	3838	11,40	1
2823	10,30	1	3887	10,90	1
2824	10,20	2	3888	10,65	2
2826	10,30	2	3889	10,75	2
2829	10,40	3	3890	10,60	1
3075	11,10	3	3891	10,50	4
3085	11,10	2	3898	10,40	3
3094	11,10	1	3900	10,60	2
3095	11,10	2	3920	10,40	1
3097	11,00	2	3924	10,55	3
3112	10,60	3	3950	10,70	2
3124	10,40	3	3970	11,00	1
3126	10,50	2	3980	11,20	1
3134	10,40	6	3982	11,10	2
3149	10,45	3	4192	10,25	2
3161	10,35	2	4214	10,35	2
3169	10,40	1	4215	10,30	2

Tabelle III. Fortsetzung

J. D.	$m_{ph}$	$n$	J. D.	$m_{ph}$	$n$
243...			243...		
4233	10,85	2	4622	11,50	2
4236	10,65	6	4624	11,45	3
4237	10,80	2	4629	11,55	4
4240	10,90	5	4630	11,45	2
4243	11,00	2	4649	11,55	2
4253	11,20	2	4652	11,40	2
4254	11,15	3	4654	11,35	2
4255	11,20	1	4656	11,40	2
4277	11,30	2	4661	11,30	2
4282	11,30	3	4662	11,35	3
4284	11,30	6	4664	11,20	2
4295	11,40	1	4920	11,60	1
4304	11,40	5	4924	11,50	1
4305	11,50	3	4945	11,40:	1
4600	11,65	2	4987	11,00	4
4601	11,60	4	4989	11,05	3
4602	11,60	2	4990	11,00	2
4620	11,45	2	5009	10,80	1

benutzte ich dieselben, wie *Efremov* und für diese leitete ich aus zwei Polübertragungen die folgenden neuen Helligkeitswerte ab :

$$\begin{array}{ll}
 a = 9^m80 & d = 11^m00 \\
 b = 10,12 & e = 11,42 \\
 c = 10,73 & f = 12,04
 \end{array}$$

Meine Beobachtungen enthalten vier teilweise und zwei vollständig durchbeobachtete Maxima, von denen aber nur zwei *Efremov's* Formel genügen. Die Helligkeitsänderungen vollziehen sich in ziemlich ungleichartig geformten Wellen mit Amplituden von  $0^m8$  bis  $1^m6$ , die manchmal von langgestreckten Minima wie z. B. bei J. D. 2429100 (*Efremov's* Beobachtungen) und bei 2433520 unterbrochen sind. Manchmal sind die Maxima langgestreckt und flach, so dass die Epochen der größten Helligkeit nur unsicher festzulegen sind. (Z. B. die konstante Maximalhelligkeit von J. D. 2433120 — 90.) Um diese Unsicherheit zu vermindern, benutzte ich zur Ableitung der Periode den aufsteigenden Ast der Lichtkurve.

Tabelle IV. Die  $(B - R)$ -Werte für den  $11^m0$  Punkt des aufsteigenden Astes

$t$ J. D.	$E$	$B - R$
243...		
1692	0	$+2^d$
2478	5	$+4$
2784	7	$-4$
3100	9	$-1$
3566	12	$-6$
3885	14	0
4987	21	$+4$

CoKon0039

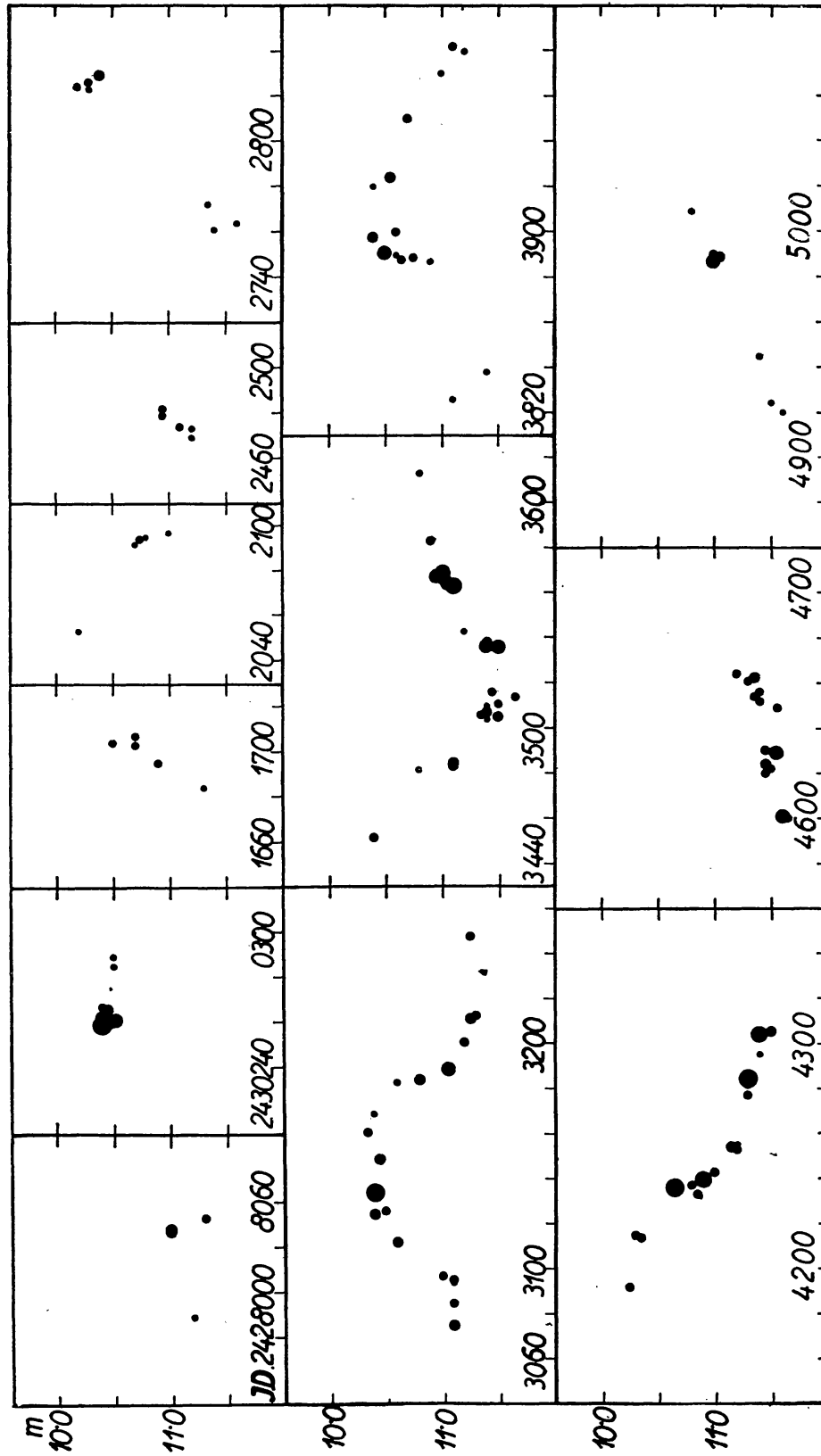


Abbildung 1. Der Lichtwechsel von BE Andromedae. Der Flächeninhalt der einzelnen Kreise ist der Anzahl der Beobachtungen proportional

CoKon0039

Aus meinen Beobachtungen sind 7 Epochen für die Helligkeit  $11^m 0$  im aufsteigenden Aste ableitbar, die in Tabelle IV angeführt sind. Diese Zeitpunkte lassen sich durch die Formel

$$t_{11,0} = \text{J. D. } 2431690 + 156,8 \cdot E$$

gut darstellen. Wie aus den in Tabelle IV angeführten Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung ersichtlich ist, beträgt der Mittelwert von  $(B - R)$   $3^d$ , also nur 2 Prozent der Periode.

Ein Vergleich mit *Efremow's* Resultaten zeigt jedoch, daß eine durchlaufende Periodizität nicht vorhanden ist, da meine Formel mit den älteren Beobachtungen nicht im Einklang steht. Auch die hiesigen Beobachtungen deuten auf eine Störung der Periodizität, indem fällige Maxima ganz ausfallen oder stark verschoben sind, wie z. B. dasjenige bei J. D. 2434199, wo statt dem aufsteigenden Ast ein Maximum zu finden ist. Die beobachteten Grenzen des photographischen Lichtwechsels sind  $10^m 20$  und  $11^m 65$ .

Budapest-Szabadsághegy, 1955. Dezember 16.